

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССА МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛООБМЕНА
ПРИ НАЛИЧИИ РАСПЛАВЛЕННЫХ ЗОН
В УДАРНО-СЖАТОМ ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ**

А.В. Аттетков¹, Б.С. Ермолаев², Е.В. Пилявская¹

¹ *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана*

² *Институт химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, г. Москва*

e-mail: e.pilyavskaya@mail.ru

Методами математического моделирования исследовано влияние процесса межфазного теплообмена на формируемое температурное поле в ударно-сжатом вязкопластическом пористом материале при наличии расплавленных зон в окрестности затекаемых пор.

Ключевые слова: ударно-волновое нагружение, вязкопластический пористый материал, межфазный теплообмен, плавление.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Процесс распространения ударной волны (УВ) в пористых материалах (инертных и энергетических – взрывчатых веществах, пиротехнических составах) обладает рядом специфических особенностей, обусловленных влиянием структурной неоднородности исходного состояния материала на его динамическую сжимаемость и волновые свойства [1-8]. Несмотря на достигнутые результаты в этой области [7, 9-18], ряд вопросов является еще открытым и требует дальнейшего исследования. В частности, актуальным остается вопрос о влиянии межфазного теплообмена на процесс формирования температурного поля в ударно-сжатом вязкопластическом материале при наличии расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор. Его изучение и является целью проведенного исследования.

Рассмотрим задачу [7, 9-18] о стационарной УВ, распространяющейся в двухфазном пористом материале – несжимаемой вязкопластической среде (фаза “s”), содержащей заполненные газом (фаза “g”) сферические поры радиуса a (регулярная ячеистая схема [3]) при наличии расплавленных зон в их окрестности (фаза “*”). При этом будем предполагать, что:

1) характерная длина УВ много больше размера пор и расстояния между ними [9-18];

2) реализуется сильновязкий режим [7] затекания пор с сохранением их сферической формы;

3) газ является совершенным и допустимо использование условия его гомобаричности при изучении процесса межфазного теплообмена в системе [3, 18, 19].

В УВ с интенсивностью, достаточной для возникновения расплавленных зон в ударно-сжатом пористом материале, зависимости между среднеинтегральными и фазовыми значениями величин определяются как

$$p = \alpha^{-1} [\delta p_* + (1 - \delta) p_s + (\alpha - 1) p_g];$$

$$\rho = \alpha^{-1} [\rho_s + (\alpha - 1) \rho_g];$$

$$\alpha = \frac{b^3}{b^3 - a^3}; \delta = \frac{r_*^3 - a^3}{b^3 - a^3}$$

(b – радиус выделенного сферического объема характерного (представительного) элемента пористого материала), а математическую модель изучаемого процесса формирования температурного поля в ударно-сжатом пористом материале можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\rho_g c_g \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{dp_g(t)}{dt}, \quad 0 < r < a(t), \quad t > t_*; \\
\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho_g v_r r^2 \right) &= 0; \quad p_g(t) = R_g \rho_g(r, t) T(r, t); \\
\rho_* c_* \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_* r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \\
&\quad + 12\mu \left(\frac{v_r}{r} \right)^2, \quad a(t) < r < r_*(t), \quad t > t_*; \\
\rho_s c_s \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_s r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - 2Y \frac{v_r}{r} + \\
&\quad + 12\eta \left(\frac{v_r}{r} \right)^2, \quad r_*(t) < r < b(t), \quad t > t_*; \\
v_r &= \dot{a} (a/r)^2; \quad r^3 = r_0^3 + a^3(t) - a_0^3; \\
a(t) \Big|_{t=t_*} &= a(t_*); \quad v_r(r, t) \Big|_{t=t_*} = v_r(r, t_*); \quad T(r, t) \Big|_{t=t_*} = T(r, t_*); \\
\rho_g(r, t) \Big|_{t=t_*} &= \rho_g(r, t_*); \quad p_g(t) \Big|_{t=t_*} = p_g(t_*); \\
\frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0; \quad v_r(r, t) \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=b(t)} = 0; \\
T(r, t) \Big|_{r=a(t)-0} &= T(r, t) \Big|_{r=a(t)+0}; \\
\lambda_g \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=a(t)-0} &= \lambda_* \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=a(t)+0}; \\
v_r(r, t) \Big|_{r=a(t)-0} &= v_r(r, t) \Big|_{r=a(t)+0} \equiv \dot{a}(t); \\
T(r, t) \Big|_{r=r_*(t)-0} &= T(r, t) \Big|_{r=r_*(t)+0} \equiv T_*; \\
-\lambda_* \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_*(t)-0} &+ \lambda_s \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_*(t)+0} = \rho_s Q_* \frac{dr_*(t)}{dt},
\end{aligned} \tag{1}$$

где

$$r_*(t) = \left[a^3(t) + \frac{a_0^3 \delta(t)}{\alpha_0 - 1} \right]^{1/3}; \quad b(t) = \left[a^3(t) + \frac{a_0^3}{\alpha_0 - 1} \right]^{1/3}.$$

Закон движения границы $r = a(t)$ поры в рассматриваемом (сильно-вязком) режиме ее затекания определяется из решения следующей задачи:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\alpha(\delta + \alpha - 1)a}{4[\alpha\delta\mu + (\alpha - 1)(1 - \delta)\eta]} \left\{ p_g(t) - p_e + \frac{2Y}{3} \ln \frac{\alpha}{\delta + \alpha - 1} \right\}, \quad t > t_*; \quad (1)$$

$$a(t)|_{t=t_*} = a(t_*); \quad \alpha = 1 + (\alpha_0 - 1)[a(t)/a_0]^3.$$

Для представления результатов вычислительных экспериментов использованы безразмерные переменные

$$\tau_\eta = \frac{p_e t}{\eta}; \quad R = \frac{r}{a_0}; \quad R_1 = \frac{a}{a_0}; \quad R_* = \frac{r_*}{a_0}; \quad R_2 = \frac{b}{a_0};$$

$$w_\eta = \frac{\eta v_r}{\rho_s a_0}; \quad \Theta = \frac{c_s \rho_s}{p_e} (T - T_0)$$

и определяющие безразмерные параметры

$$\text{Re} = \frac{a_0 \sqrt{p_e \rho_s}}{\eta}; \quad \text{Pr} = \frac{c_s \eta}{\lambda_s}; \quad \beta = \frac{Y}{p_e}; \quad \zeta = \frac{\mu}{\eta}; \quad L_* = \frac{\rho_s Q_*}{Y}; \quad \Lambda_* = \frac{\lambda_*}{\lambda_s}; \quad \varepsilon_* = \frac{c_*}{c_s};$$

$$\Lambda_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_s}; \quad \varepsilon_g = \frac{c_g \rho_g}{c_s \rho_s}; \quad \pi_g = \frac{p_g}{p_e}.$$

При отсутствии зоны плавления в окрестности затекаемой поры математическая модель изучаемого процесса формально следует из (1), (2) при $\delta = 0$ [18]. Данная модель использована для нахождения температурного профиля $T(r, t)$ в момент времени $t = t_*$, где t_* – время достижения температуры плавления T_* твердой фазы ударно-сжатого пористого материала на границе поры. Важно также отметить, что в случае отсутствия газа в поре возникновение расплавленной зоны в ее окрестности даже в сильно-вязком режиме затекания поры может приводить к проявлению инерционных эффектов в законе движения ее границы [17]. Факт наличия газа в поре, как показывают результаты вычислительных экспериментов, и в силь-

новязком режиме ее затекания позволяет пренебречь проявлением инерционных эффектов при математическом моделировании мезоскопических процессов тепловой диссипации и теплопереноса в ударно-сжатом пористом материале.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 1-4 частично представлены результаты параметрического анализа проведенных вычислительных экспериментов, отражающих наиболее специфические особенности изучаемого процесса. Рис. 1 иллюстрирует результаты расчетов температурного профиля границы $R = R_1$ поры при отсутствии (кривые 1, 2) и наличии (кривые 3, 4) газа в ней в режимах тепловой диссипации, не приводящих к образованию зоны плавления (кривые 1, 3) или сопровождаемых ее возникновением (кривые 2, 4) в процессе затекания поры. Расчет проведен при $\alpha_0 = 1,11$ (пористость $\phi_0 = 0,1$); $Re = 0,1$; $\beta = 0,1$; $Pr = 10^4$; $\Lambda_* = 1$; $\varepsilon_* = 1$; $\zeta = 0,01$; $\Theta_* = 0,5$; $L_* = 1$; $\gamma = 1,4$; $\varepsilon_{g0} = 10^{-3}$; $\Lambda_g = 10^{-2}$. Видно, что межфазный теплообмен в рассматриваемом (сильновязком) режиме затекания поры не оказывает существенного влияния на процесс нагрева подвижной границы поры. Доминирующими являются мезоскопические процессы тепловой диссипации и теплопереноса, протекающие в твердой фазе ударно-сжатого пористого материала. Их конкуренция может приводить к появлению характерного максимума на температурном профиле $\Theta_1(R_1)$. Существенное влияние на $\max \Theta_1$ оказывает число Прандтля – критерий, характеризующий взаимодействие двух диффузионных процессов: тепловой диссипации вследствие вязкого трения и теплопроводности [7, 13-18]. При этом температура плавления не является верхней границей максимально достижимой температуры подвижной границы поры и при отсутствии (кривая 2), и при наличии (кривая 4) газа в ней. В значительной степени $\max \Theta_1$ также зависит от значений сим-

плексов подобия ζ и Λ_* физических свойств жидкой и твердой фаз пористого материала [17].

Влияние определяющих безразмерных параметров на эволюцию температурного профиля подвижной границы поры, характеризующих проявление эффектов межфазного теплообмена в процессе затекания поры при отсутствии и наличии зоны плавления в ее окрестности, иллюстрируют рис. 2-4: рис. 2 – влияние параметра Λ_g ($\varepsilon_{g0} = 10^{-3}$; $\pi_{g0} = 10^{-2}$); рис. 3 – ε_{g0} ($\Lambda_g = 10^{-2}$; $\pi_{g0} = 10^{-2}$); рис. 4 – π_{g0} ($\Lambda_g = 10^{-2}$; $\varepsilon_{g0} = 10^{-3}$). Остальные значения параметров те же, что и на рис. 1. Видно, что в режимах затекания поры, сопровождаемых возникновением расплавленной зоны в ее окрестности, влияние указанных параметров на формируемый температурный профиль возрастает.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами математического моделирования проанализировано влияние мезоскопических процессов межфазного теплообмена, тепловой диссипации и теплопереноса на температурное поле ударно-сжатого вязкопластического пористого материала при наличии расплавленных зон в окрестности затекаемых пор. Показано, что в сильновязком режиме затекания пор межфазный теплообмен не оказывает существенного влияния на процесс нагрева подвижной границы поры. Установлены специфические особенности изучаемого процесса формирования температурного поля, обусловленные проявлением эффектов локального плавления. Отмечено, что и при отсутствии, и при наличии газа в порах в рассматриваемом (сильновязком) режиме их затекания температура плавления не является верхней границей максимально достижимого разогрева ударно-сжатого пористого материала.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ – 4046.2010.8).

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- t – время, с;
 r – радиус, м;
 a – радиус поры, м;
 b – радиус сферической ячейки, м;
 v_r – скорость радиального движения, м/с;
 T – температура, К;
 p – давление, Па;
 p_e – амплитуда ударной волны, Па;
 ρ – плотность, кг/м³;
 c – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);
 λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);
 α, δ – концентрационные симплексы подобия пористого материала;
 Y – предел текучести, Па;
 η, μ – коэффициенты вязкости твердой и жидкой фаз пористого материала, Па·с;
 Q_* – удельная теплота плавления, Дж/кг;
 γ – показатель адиабаты газа;
 R_g – универсальная газовая постоянная, м²/(с²·К);
 Re – число Рейнольдса;
 Pr – число Прандтля.

ИНДЕКСЫ

- S – твердая фаза;

* – жидкая фаза;

g – газовая фаза;

0 – начальное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
2. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред / В 2-х частях. М.: Наука, 1987.
4. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С.П. Киселев [и др.]. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. 261 с.
5. Нестеренко В.Ф. Импульсное нагружение гетерогенных материалов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. 200 с.
6. Ударно-волновые явления в конденсированных средах / Г.И. Канель [и др.]. М.: Янус-К, 1996. 408 с.
7. Хасаинов Б.А., Аттетков А.В., Борисов А.А. Ударно-волновое инициирование пористых энергетических материалов и вязкопластическая модель горячих точек // Химическая физика. 1996. Т. 15, № 7. С. 53-125.
8. Физика взрыва / Под ред. Л.П. Орленко. В 2-х т. М.: Физматлит, 2002.
9. Дунин С.З., Сурков В.В. Динамика закрытия пор во фронте ударной волны // Прикладная математика и механика. 1979. Т. 43, вып 3. С. 511-518.
10. Two-phase viscoplastic model of shock initiation of detonation in high density pressed explosives / B.A. Khasainov [et al.] // VII Symposium (Int.) on Detonation. Annapolis, 1981. P. 435-438.

11. Khasainov B.A., Borisov A.A., Ermolaev B.S. Shock wave predetonation processes in porous high explosives // Shock Waves, Explosions and Detonation: AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics. New York, 1983. V. 87. P. 492-504.
12. Дунин С.З., Сурков В.В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел // Журнал прикладной механики и технической физики. 1982. № 1. С. 131-142.
13. Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии / А.В. Аттетков [и др.] // Журнал прикладной механики и технической физики. 1984. № 6. С. 120-127.
14. Аттетков А.В., Соловьев В.С. О возможности разложения гетерогенных ВВ во фронте слабой ударной волны // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 4. С. 113-125.
15. Хасаинов Б.А., Ермолаев Б.С. Возбуждение химической реакции при ударно-волновом сжатии жидких ВВ, содержащих стеклянные микросферы // Химическая физика. 1992. Т. 11, № 1. С. 1588-1600.
16. Attetkov A.V., Golovina E.V., Ermolaev B.S. Mathematical simulation of mesoscopic processes of heat dissipation and heat transfer in a two-phase porous material subjected to shock compression // Journal of Heat Transfer Research. 2008. V. 39, № 6. P. 479-487.
17. Аттетков А.В., Головина Е.В., Ермолаев Б.С. Математическое моделирование мезоскопических процессов тепловой диссипации и теплопереноса при наличии расплавленных зон в ударно-сжатом пористом материале // Тепловые процессы в технике. 2010. Т. 2, № 3. С. 129-132.
18. Аттетков А.В., Ермолаев Б.С., Пилявская Е.В. Влияние межфазного теплообмена на процесс формирования температурного поля в ударно-сжатом пористом материале // Тепловые процессы в технике. 2011. Т. 3, № 7. С. 333-337.

19. Нигматулин Р.И., Хабеев Н.В. Теплообмен газового пузырька с жидкостью // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 5. С. 94-100.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. 1. Эволюция температурного профиля границы поры в различных режимах ее затекания (1, 2 – $\pi_{g0} = 0$; 3, 4 – $\pi_{g0} = 10^{-2}$).

Рис. 2. Влияние безразмерного параметра Λ_g на эволюцию температурного профиля границы поры (а – отсутствие; б – наличие зоны плавления в окрестности поры): 1 – 10^{-1} ; 2 – 10^{-2} ; 3 – 10^{-3} .

Рис. 3. Влияние безразмерного параметра ε_{g0} на эволюцию температурного профиля границы поры (а – отсутствие; б – наличие зоны плавления в окрестности поры): 1 – 10^{-1} ; 2 – 10^{-2} ; 3 – 10^{-3} .

Рис. 4. Влияние безразмерного параметра π_{g0} на эволюцию температурного профиля границы поры (а – отсутствие; б – наличие зоны плавления в окрестности поры): 1 – 10^{-1} ; 2 – 10^{-2} ; 3 – 10^{-3} .

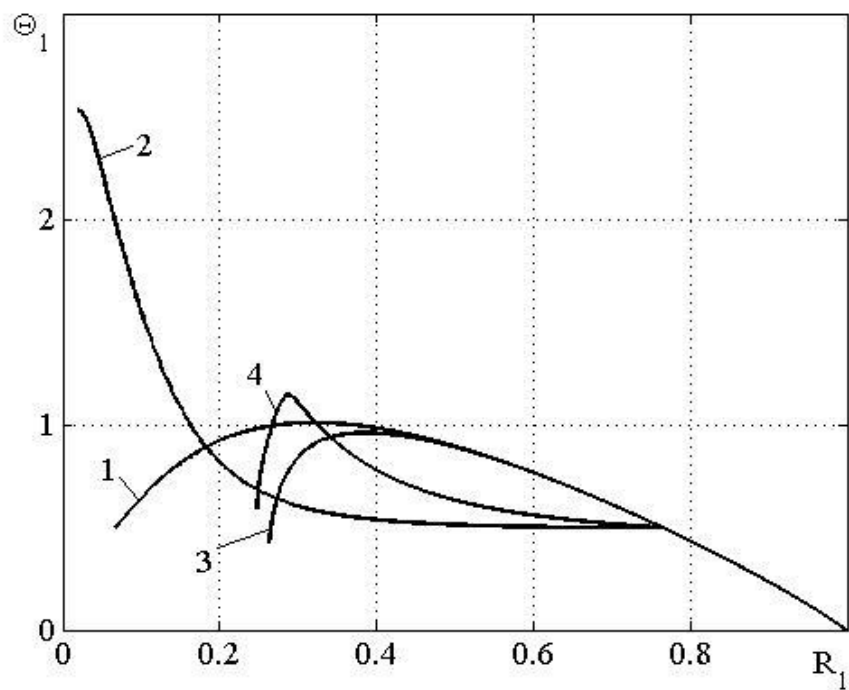
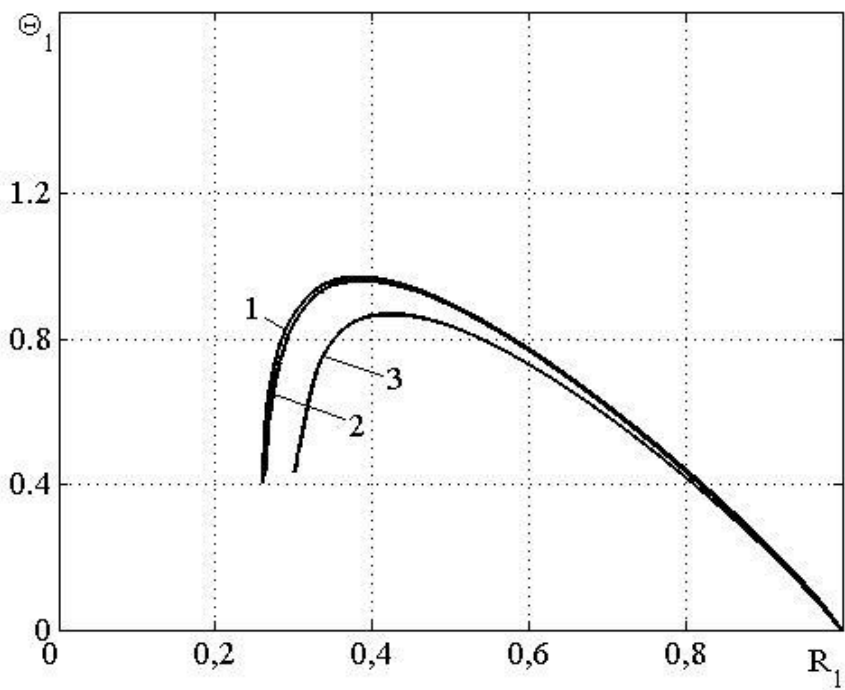


Рис. 1

a



б

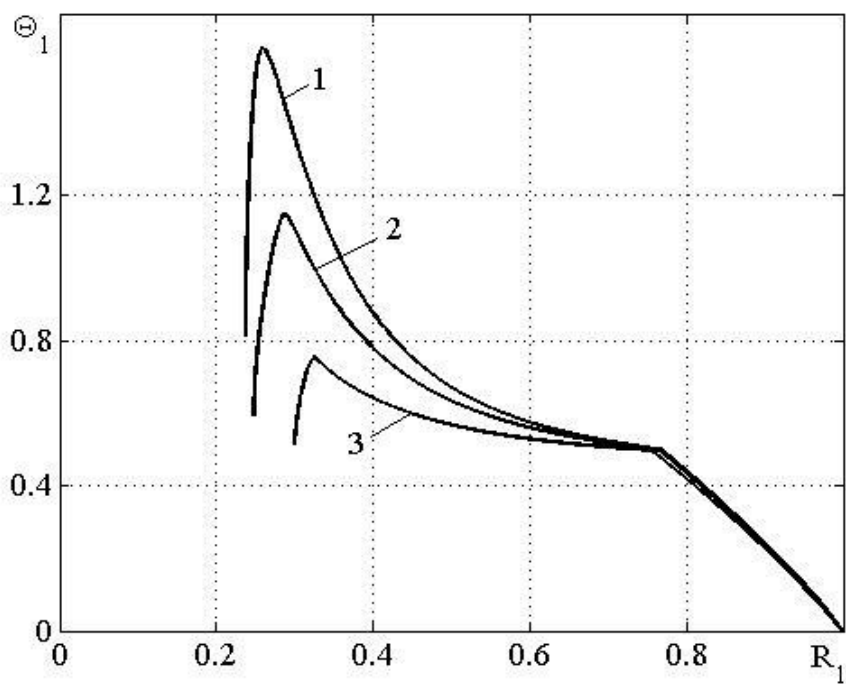
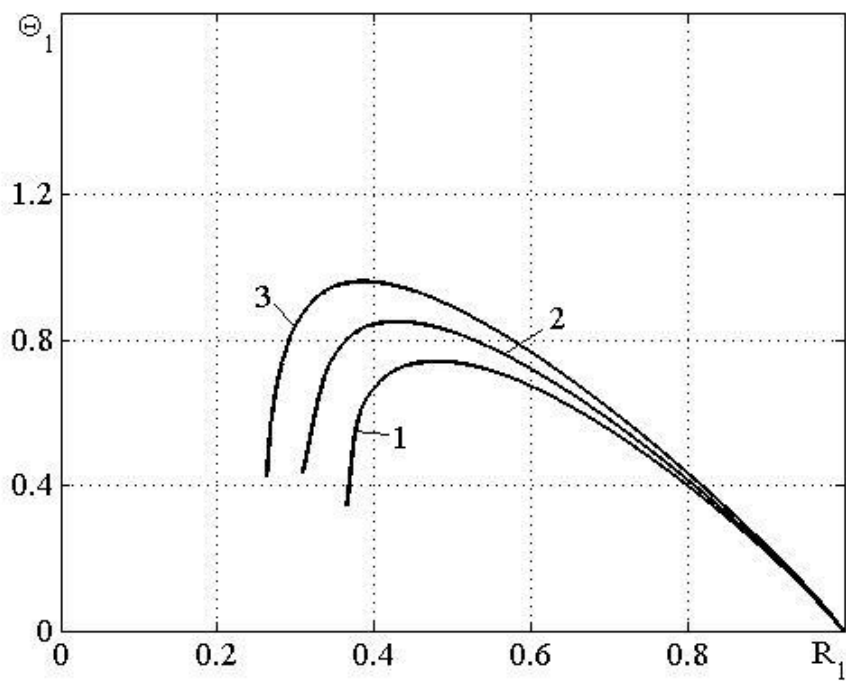


Рис. 2

a



б

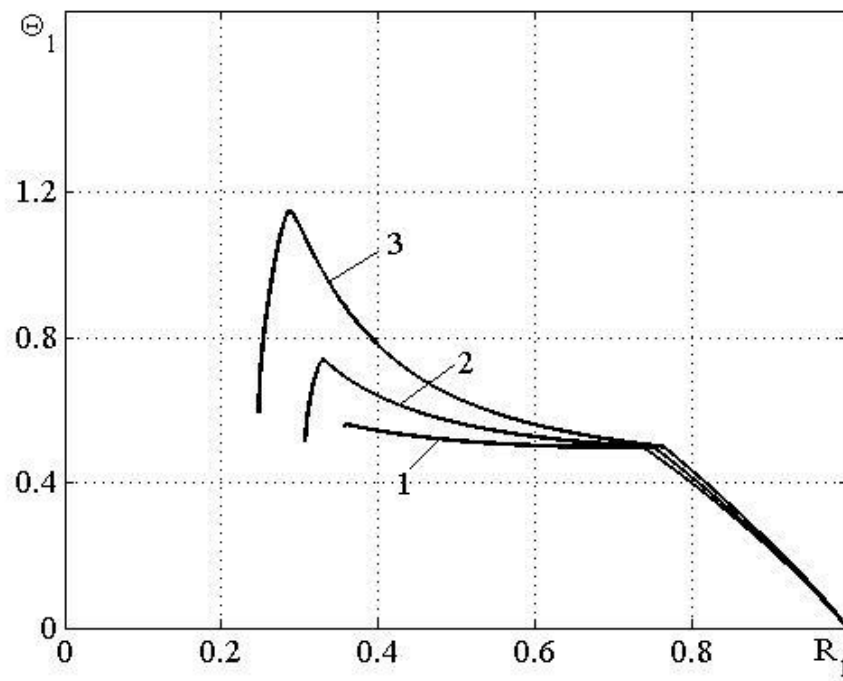
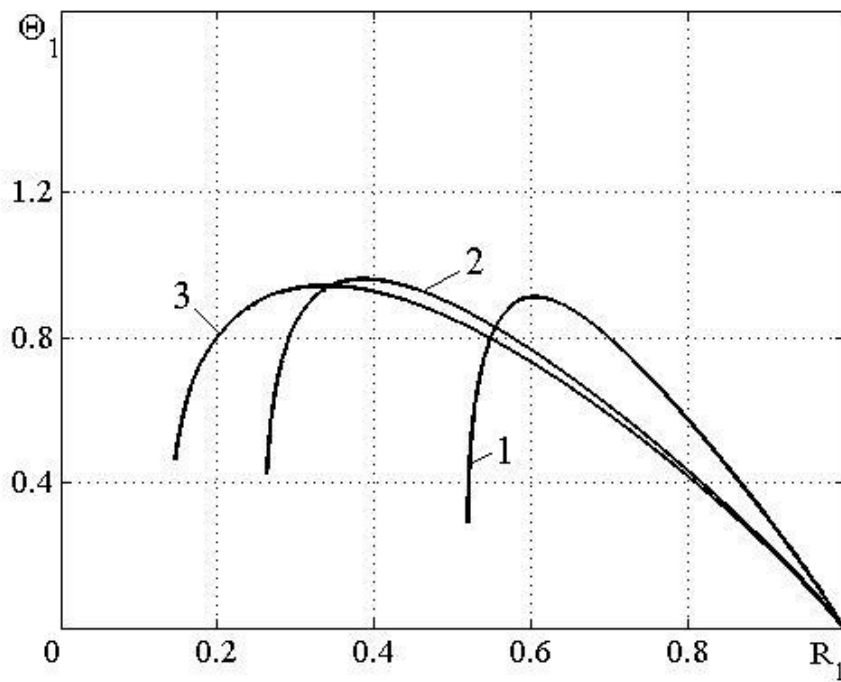


Рис. 3

а



б

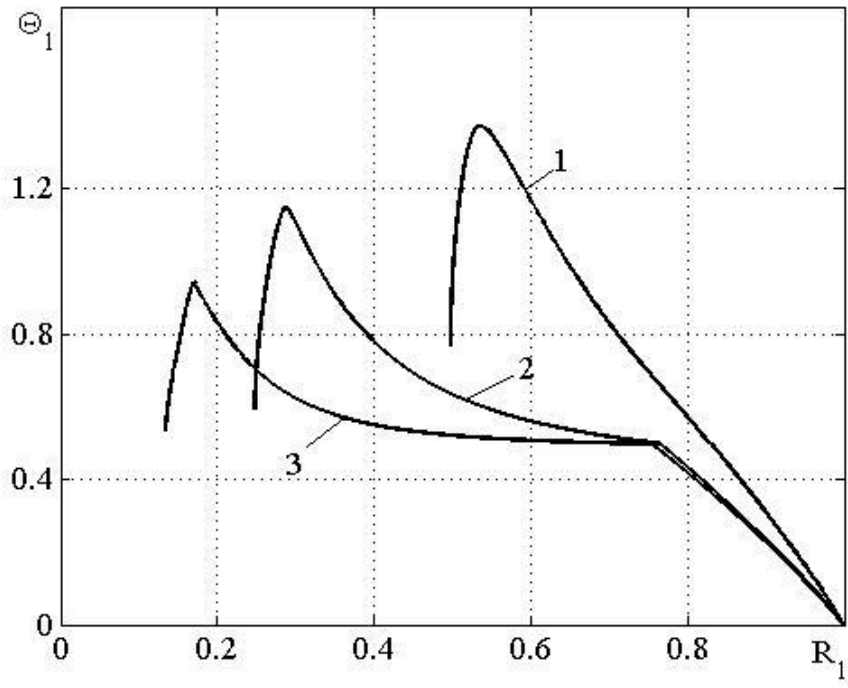


Рис. 4